

## Научная статья

УДК: 911.52:581.543

EDN: GRPHHH

<https://doi.org/10.24412/2949-2211-2024-2-3-18-23>

## ЭНЕРГОПРОДУКТИВНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФЕНОЛОГИИ РАСТЕНИЙ

**Фахррадин Гюльали оглы Агаев, Хикмет Гамид оглы Асадов, Мерадж Эльдар оглы Омаров**

Национальное аэрокосмическое агентство Азербайджана, г. Баку, Азербайджанская Республика, [asadzade@rambler.ru](mailto:asadzade@rambler.ru)

**Аннотация.** Актуальностью исследований было создание адекватной модели фенологического цикла растительности с точки зрения правильного планирования сельскохозяйственной деятельности по выращиванию растительных культур. Цель исследования – разработка энерго-продуктивного подхода к фазированию этапов развития и деактивации растительности, базирующийся на сдвоенном сигмоидальном модельном представлении фенологического цикла и на этой основе определение оптимальной временной динамики GDP, при которой предлагаемый интегральный энерго-продуктивный показатель достигает наибольшего значения. В процессе исследования применяли следующие методы: 1) известное положение о том, что фенология растительности может быть описана с помощью валовой первичной продуктивности (GDP); 2) известное положение о том, что между общим количеством хлорофилла и месячным GDP существует квадратическая зависимость; 3) математические методы интегрирования и вариационной оптимизации. В результате исследований были сделаны следующие выводы – на базе сдвоенного сигмоидального модельного представления фенологического цикла предложен энергопродуктивный подход, к фазированию фенологических этапов развития, включая этап покоя; определены оптимальные законы изменения во времени месячного GDP в фазе развития растительности, при котором предлагаемый интегральный энерго-продуктивный показатель  $s$  достигает наибольшей величины.

**Ключевые слова:** энергопродуктивный подход, вегетационный индекс, фенологическое развитие, оптимизация, растительность.

**Для цитирования:** Агаев Ф. Г., Асадов Х. Г., Омаров М. Э. Энергопродуктивный подход к моделированию фенологии растений // Агронаука. 2024. Том 2. № 3. С. 18–23. <https://doi.org/10.24412/2949-2211-2024-2-3-18-23>

## Original article

## ENERGYPRODUCTIVE APPROACH TO MODELING PLANT PHENOLOGY

**Fakhraddin G. Agayev, Hikmet H. Asadov, Meraj E. Omarov**

National Aerospace Agency of Azerbaijan, Baku, Republic of Azerbaijan, [director-tekti@mail.ru](mailto:director-tekti@mail.ru)

**Abstract.** The relevance of the research was to create an adequate model of the phenological cycle of vegetation from the point of view of proper planning of agricultural activities for the cultivation of plant crops. The aim of the study is to develop an energy-productive approach to phasing the stages of vegetation development and deactivation, based on a dual sigmoidal model representation of the phenological cycle and, on this basis, to determine the optimal time dynamics of GDP, at which the proposed integral energy-

© Агаев Ф. Г., Асадов Х. Г., Омаров М. Э., 2024

productive indicator reaches the highest value. The following methods were used in the research process: 1) the well-known position that the phenology of vegetation can be described using gross primary productivity (GDP); 2) the well-known position that there is a quadratic dependence between the total amount of chlorophyll and monthly GDP; 3) mathematical methods of integration and variational optimization. As a result of the research, the following were made.

**Keywords:** energyproductive approach, vegetation index, phenological development, optimization, vegetation.

**For citation:** Agaev FG, Asadov HH, Omarov ME. Energo-produktivnyi podkhod k modelirovaniyu fenologii rastenii [Energyproductive approach to modeling plant phenology]. *Agronauka. Agrosience*. 2024;2:3:18–23. (in Russ.). <https://doi.org/10.24412/2949-2211-2024-2-3-18-23>

## Введение

Фенология растительности характеризуется четырьмя основными фенологическими фазами, которые определяют динамику растений в масштабе одного года: 1 фаза роста (green up), – начало фотосинтетической активности; 2 фаза зрелости – площадь зелёных листьев достигает максимума; 3 фаза увядания – фотосинтетическая активность и площадь зелёных листьев начинают быстро уменьшаться; 4 фаза покоя (dormancy)-этап – физиологическая активность растительности почти равна нулю [1].

На рисунке 1 схематически показаны даты перехода фенологических фаз в виде минимумов и максимумов скорости изменения кривой.



**Рисунок 1 – Даты перехода фенологических фаз**  
**Figure 1 – Dates of transition of phenological phases**

Точками обозначены даты перехода, пунктирами экстремумы скорости перехода фаз [1].

$$f(t) = A_1 + A_2 \left( \frac{1}{1 + \exp[-m_1(t - n_1)]} - \frac{1}{1 + \exp[-m_2(t - n_2)]} \right), \quad (2)$$

где  $f(t)$  – вегетационный индекс в момент  $t$ ;  $A_1$  и  $A_2$  – значения фона и амплитуды вегетационного индекса;  $m_1$  и  $n_1$ ,  $m_2$  и  $n_2$  – пары параметров, характеризующих фазы роста и

Например, цикл увядания может быть охарактеризован следующей логистической функцией [1–5]:

$$y(t) = \frac{c}{1 + \exp(a + bt)} + d, \quad (1)$$

где  $t$  – время (дни);

$y(t)$  – значение вегетационного индекса в момент  $t$ ;

$a, b$  – параметры, определяемые путём подбора;

$(c + d)$  – максимальная величина вегетационного индекса;

$d$  – предыдущее значение этого индекса.

Вместе с тем одна логистическая функция характеризует лишь один переход фаз с двумя датами. В результате исследований зарубежными учёными была предложена двойная логистическая модель, которая имеет некоторые преимущества по сравнению с моделями на базе сплайнов и гармоническими моделями [6, 7, 8].

В сдвоенной логистической функции фазы созревания (озеленения) и увядания характеризуются различными сигмоидальными функциями, а физический смысл параметров связаны ростом и увяданием растительности. Двойная логистическая модель имеет следующий вид:

увядания растительности, соответственно;  $n_1$  и  $n_2$  – даты максимума роста и увядания в сигмоидальной функции;  $m_1$   $m_2$  – покатость формы сигмоидальных функций.

Вместе с тем, чисто гипотетически растительность является энергонасыщенным продуктивным объектом и переходы с одной фазы фенологии в другую фазу не могут быть охарактеризованы таким неэнергетическим понятием, как амплитуда, и должна быть определена энергетическая сущность таких переходов.

**Цель исследований** – разработка энергопродуктивного подхода к фазированию этапов развития и деактивации растительности, базирующийся на сдвоенном сигмоидальном модельном представлении фенологического цикла и на этой основе определение оптимальной временной динамики GDP, при которой предлагаемый интегральный энергопродуктивный показатель достигает наибольшего значения.

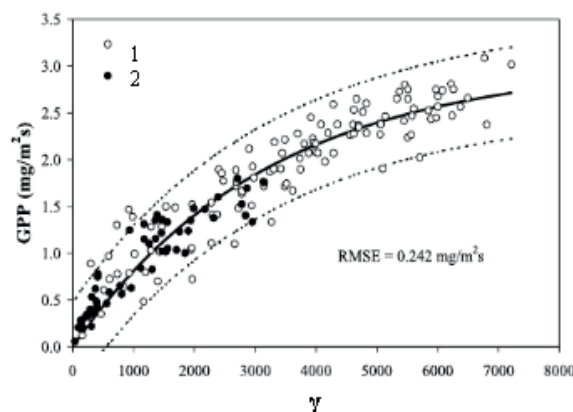
**Условия, материалы и методы**

Исследования проводили на базе Института космических исследований природных ресурсов Национального аэрокосмического агентства Азербайджана. Согласно полученным данным исследований [9], фенология растений может быть описана с помощью как вегетационных индексов, так и валовой первичной продуктивности (GDP). Расширяя указанное положение, нами предлага-

ется в качестве исходного фенологического показателя взять не вегетационные индексы, а такой энергонасыщенный показатель как «общее количество хлорофилла (г/м<sup>2</sup>)×PAR(ммол/м<sup>2</sup>с)», обозначаемый далее как  $\gamma$ .

**Результаты и обсуждение**

Как видно из графика регрессионной зависимости между GDP и  $\gamma$ , который показан на рисунке 2 (10), связь между  $\gamma$  и GDP хорошо аппроксимируется выражением:



1 – кукуруза; 2 – соя

**Рисунок 2 – Регрессионная линия зависимости между GDP и  $\gamma$**

**Figure 2 – Regression line between GDP and  $\gamma$**

$$f(t) = A_1^2 + A_2^2 \left( \frac{1}{1 + \exp[-m_1(t - n_1)]} - \frac{1}{1 + \exp[-m_2(t - n_2)]} \right), \tag{3}$$

В предлагаемом нами энергопродуктивном подходе, если  $f(t)$  в уравнении (2) интегрировать по  $t$ , то есть по всему активному фенологическому периоду, в принципе, мы должны получить всю энергонасыщенную продукцию, выдаваемую растительностью в окружающий мир.

$$\gamma = a_1 GDP^2;$$

$$a_1 = const. \tag{4}$$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} A_2^2 \left( \frac{1}{1 + \exp[-m_1(t - n_1)]} - \frac{1}{1 + \exp[-m_2(t - n_2)]} \right) dt, \tag{5}$$

где  $A_2 = GDP$ .

Показатель  $S$  определяет ту энергию колоколообразного импульса, которая фор-

Определённый интерес представляет и вопрос о потенциальной возможности модели (3) в смысле достижения экстремума предлагаемого интегрального энергопродуктивного показателя интеграла второй составляющей на правой стороне (2), то есть следующего выражения:

мируется в результате вычитания двух сигмоидальных импульсов в выражении (5). В общем случае задача оптимизации, то есть

выбора такой взаимосвязи параметров, входящих в уравнение (3), при которой  $S$  достиг бы экстремума, может быть разделена на две задачи:

– оптимизация на этапе перехода в фазу роста;

– оптимизация на этапе перехода в фазу увядания.

Рассмотрим первую из вышеуказанных задач оптимизации. Для этого введём на рассмотрение функцию:

$$A_2 = f(t). \quad (6)$$

Смысл функции (6) заключается в выборе величины  $A_2$  в фазе роста в зависимости от величины  $t$ .

В качестве целевого функционала рассмотрим следующее выражение (7):

$$F = \int_{t_{min}}^{t_{max}} A_2^2(t) \frac{dt}{1 + \exp[-m_1(t - n_1)]}. \quad (7)$$

Физический смысл ограничения (6) заключается в стабильности годичной оценке GDP.

Для решения данной задачи применим к функции (6) следующее ограничительное условие (8):

$$\int_{t_{min}}^{t_{max}} A_2(t) dt = C_1; \quad C_1 = const. \quad (8)$$

С учётом выражений (5) и (6) составим целевой функционал безусловной вариационной оптимизации  $F_1$ , условно приняв  $t_{min} = 0$ :

$$F_1 = \int_{t_{min}}^{t_{max}} A_2^2(t) \frac{dt}{1 + \exp[-m_1(t - n_1)]} - \lambda_1 \left[ \int_{t_{min}}^{t_{max}} A_2(t) dt - C_1 \right], \quad (9)$$

где  $\lambda_1$  – множитель Лагранжа.

Решение задачи (9) должно удовлетворить условию:

$$\frac{2A_2(t)}{1 + \exp[-m_1(t - n_1)]} - \lambda_1 = 0 \quad (10)$$

При решении уравнения (11)  $F_1$  достигает минимума, так как производная выражения (10) по  $A_2(t)$  оказывается положительной величиной. Таким образом, при решении типа (11) следует ожидать минимального объёма выделяемой энергии, а следовательно в этом случае можно рекомендовать выбор

Из выражения (10) получим следующую функцию:

$$A_2(t) = \frac{\lambda_1 [1 + \exp[-m_1(t - n_1)]]}{2}. \quad (11)$$

функций  $A_2(t)$  из группы 1 растущих кривых, показанных на рисунке 2.

Рассмотрим процесс перехода к фазе деактивации. В этом случае целевой функционал, соответствующий функционалу (9) будет иметь вид:

$$F_2 = \int_{t_1}^{t_{max}} A_2^2(t) \frac{dt}{1 + \exp[-m_2(t - n_2)]} - \lambda_2 \left[ \int_{t_1}^{t_{max}} A_2(t) dt - C_2 \right], \quad (12)$$

где  $C_2 = \int_{t_1}^{t_{max}} A_2(t) dt$ ;  $t_1$  – точка преломления на заднем фронте колоколообразного импульса, показанного на рисунке 1.

Решение задачи (12) удовлетворяет условию:

$$\frac{2A_2(t)}{1 + \exp[-m_2(t - n_2)]} - \lambda_2 = 0 \quad (13)$$

Из выражения (13) находим:

$$A_2(t) = \left[ \frac{(\lambda)_{(2)}}{2} \right] [1 + \exp[-m_2(t - n_2)]] \quad (14)$$

При решении (14) функционал  $F_2$  достигает минимума, так как производная (13) по  $A_2(t)$  оказывается положительной величиной. С точки зрения достижения высокого энергофенологического показателя  $F_2$  должна иметь минимальную величину.

Следовательно, в фазе роста, то есть в промежутке  $(0 - t_1)$ , функция  $A_2(t)$  должна иметь возрастающий вид, а в диапазоне  $(t_1 - t_{max})$  – убывающий. Такой порядок изменения амплитуды  $A_2$  во времени может оптимизировать энергофенологическую активность растительности.

Таким образом, в отличие от известных подходов к моделированию фенологического развития растительности на базе таких показателей, как вегетационные индексы, GDP и другие в настоящей работе в качестве базы предложено использовать комплексный показатель «Общее количество хлорофилла ( $\text{г/м}^2$ ) $\times$ PAR( $\text{ммоль/м}^2\text{с}$ )», находящийся в нелинейной регрессионной зависимости

от GDP. Такой подход к моделированию фенологического развития растительности позволило определить оптимальную временную динамику GDP, при которой предлагаемый интегральный энергопродуктивный показатель  $s$  достигает наибольшего значения.

### Выводы

В результате исследований сделаны следующие выводы: на базе сдвоенного сигмоидального модельного представления фенологического цикла предложен энергопродуктивный подход к фазированию фенологических этапов развития, включая этап покоя; определены оптимальные законы изменения во времени месячного GDP в фазе развития растительности, при котором предлагаемый интегральный энергопродуктивный показатель  $s$  достигает наибольшей величины.

### Список источников

1. Zhang X., Friedl M. A., Schaaf C. B., Strahler A. H., Hodges J. C. F., Gao F., Reed B. C., Huete A. Monitoring vegetation phenology using MODIS // Remote sensing of environment. 2003. Volume 84, Issue 3. Pp. 471–475. [https://doi.org/10.1016/S0034-4257\(02\)00135-9](https://doi.org/10.1016/S0034-4257(02)00135-9)
2. Kimball J. Vegetation phenology // Encyclopedia of remote sensing. Series: Encyclopedia of earth sciences series. New York. NY. USA. 2014. Pp. 886–890. ISBN 978-0-387-36698-2h. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-36699-9\\_188](https://doi.org/10.1007/978-0-387-36699-9_188)
3. Richardson A. D., Keenan T. F., Migliavacca M., Ryu Y., Sonnentag O., Toomey M. Climate change, phenology and phenological control of vegetation feedbacks to the climate system // Agricultural and Forest Meteorology. 2013. Volume 169. Pp. 156–173. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2012.09.012>
4. Browning D., Karl J., Morin D., Richardson A., Tweedie C. Phenocams bridge the Gap between field and satellite observations in an arid grassland ecosystem // Remote Sens. 2017. Volume 9, Issue 10. Pp. 1071. <https://doi.org/10.3390/rs9101071>
5. Keenan T. F., Darby B., Felts E., Sonnetag O., Friedl M. A., Hufkens K., O'Keefe J., Klosterman S., Munger J. W., Toomey M., et al. Tracking forest phenology and seasonal physiology using digital repeat photography: A critical assessment // Ecological Applications. 2014. Volume 24, Issue 6. Pp. 1478–1489. <https://doi.org/10.1890/13-0652.1>
6. Li X., Zhou Y., Meng L., Asrar G. R., Lu C., Wu Q. A dataset of 30 m annual vegetation phenology indicators (1985–2015) in urban areas of the conterminous United States // Earth System Science Data. 2019. Volume 11, Issue 2. Pp. 881–894. <https://doi.org/10.5194/essd-11-881-2019>
7. Melaas E. K., Wang J. A., Miller D. L., Friedl M. Interactions between urban vegetation and surface urban heat islands: a case study in the Boston metropolitan region // Environmental Research Letters. 2016. Volume 11, Issue 5. 054020. <https://doi.org/10.1088/1748-9326/11/5/054020>
8. Carrao H., Goncalves P., Caetano M. A nonlinear harmonic model for fitting satellite image time series: Analysis and prediction of land cover dynamics // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2010. Volume 48, Issue 4. P. 1919–1930. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2009.2035615>



9. Gitelson A. A., Vina A., Verma S. B., Rundquist D. C., Arkebauer T. J., et al. Relationship between gross primary production and chlorophyll content in crops: Implications for the synoptic monitoring of vegetation productivity // *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 2006. Volume 111, Issue D8 <https://doi.org/10.1029/2005JD006017>
10. Korner C., Mohl P., Hiltbrunner E. Four ways to define the growing season // *Ecology letters*. 2023. Volume 26, Issue 8. Pp. 1277–1292. <https://doi.org/10.1111/ele.14260>

### References

1. Zhang X, Friedl MA, Schaaf CB, Strahler AH, Hodges JCF, Gao F, Reed BC, Huete A. Monitoring vegetation phenology using MODIS. *Remote sensing of environment*. 2003;84:3:471–475. [https://doi.org/10.1016/S0034-4257\(02\)00135-9](https://doi.org/10.1016/S0034-4257(02)00135-9)
2. Kimball J. Vegetation phenology. *Encyclopedia of remote sensing. Series: Encyclopedia of earth sciences series*. New York. NY. USA. 2014. Pp. 886–890. ISBN 978-0-387-36698-2. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-36699-9\\_188](https://doi.org/10.1007/978-0-387-36699-9_188)
3. Richardson AD, Keenan TF, Migliavacca M, Ryu Y, Sonnentag O, Toomey M. Climate change, phenology and phenological control of vegetation feedbacks to the climate system. *Agricultural and Forest Meteorology*. 2013;169:156–173. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2012.09.012>
4. Browning D, Karl J., Morin D, Richardson A, Tweedie C. Phenocams bridge the Gap between field and satellite observations in an arid grassland ecosystem. *Remote Sens*. 2017;9:10:1071. <https://doi.org/10.3390/rs9101071>
5. Keenan TF, Darby B, Felts E, Sonnetag O, Friedl MA, Hufkens K, O'Keefe J, Klosterman S, Munger JW, Toomey M, et al. Tracking forest phenology and seasonal physiology using digital repeat photography: A critical assessment. *Ecological Applications*. 2014;24:6:1478–1489. <https://doi.org/10.1890/13-0652.1>
6. Li X, Zhou Y, Meng L, Asrar GR, Lu C, Wu Q. A dataset of 30 m annual vegetation phenology indicators (1985–2015) in urban areas of the conterminous United States. *Earth System Science Data*. 2019;11:2:881–894. <https://doi.org/10.5194/essd-11-881-2019>
7. Melaas EK, Wang JA, Miller DL, Friedl M. Interactions between urban vegetation and surface urban heat islands: a case study in the Boston metropolitan region. *Environmental Research Letters*. 2016;11:5:054020. <https://doi.org/10.1088/1748-9326/11/5/054020>
8. Carrao H, Goncalves P, Caetano M. A nonlinear harmonic model for fitting satellite image time series: Analysis and prediction of land cover dynamics. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2010;48:4:1919–1930. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2009.2035615>
9. Gitelson AA, Vina A, Verma SB, Rundquist DC, Arkebauer TJ, et al. Relationship between gross primary production and chlorophyll content in crops: Implications for the synoptic monitoring of vegetation productivity. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 2006;111:D8. <https://doi.org/10.1029/2005JD006017>
10. Korner C, Mohl P, Hiltbrunner E. Four ways to define the growing season. *Ecology letters*. 2023;26:8:1277–1292. <https://doi.org/10.1111/ele.14260>

### Информация об авторах

Ф. Г. оглы Агаев – д-р техн. наук, профессор;  
 Х. Г. оглы Асадов – д-р техн. наук, профессор;  
 М. Э. оглы Омаров – аспирант

### Information about the authors

F. G. Agayev – Dr. Techn. Sci., Professor;  
 H. H. Asadov – Dr. Techn. Sci., Professor;  
 M. E. Omarov – Graduate Student

**Статья поступила в редакцию 19.07.2024;  
 одобрена после рецензирования 12.09.2024;  
 принята к публикации 16.09.2024**

**The article was submitted 19.07.2024;  
 approved after reviewing 12.09.2024;  
 accepted for publication 16.09.2024**